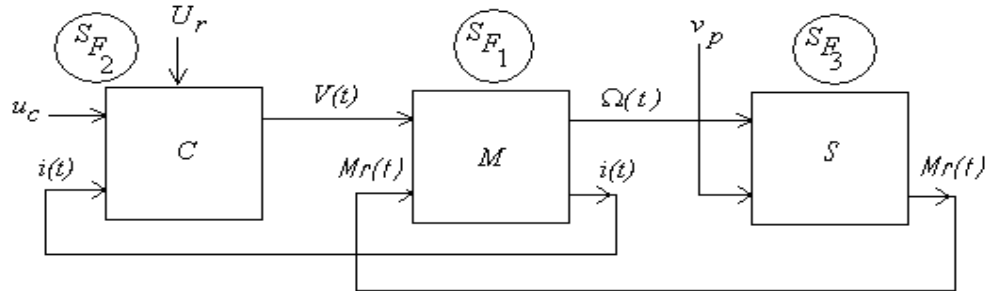


Principalele etape ale metodologiei de modelare matematică a sistemelor fizice

Etapa 1 – Determinarea “conturului” sistemului fizic modelat.

Exemplul 1: Obiectul interesului inițial este S_{F1} .



Exemplul 2: Obiectul interesului inițial este o turbină eoliană. Mărimile de intrare sunt: viteza vântului (de punct fix), v_∞ ; unghiul de calare a paletelor, β ; cuplul rezistent, egal cu cuplul electromagnetic al generatorului electric, $M_r = M_{em}$, așa cum se prezintă în figura 8. Fie cazul cel mai simplu, când turbina acționează un generator electric, G, care debitează pe o sarcină electrică izolată. Structura sistemului de modelat este dată în figura 9, în care P și Q sunt puterile activă, respectiv reactivă consumate în rețeaua electrică.

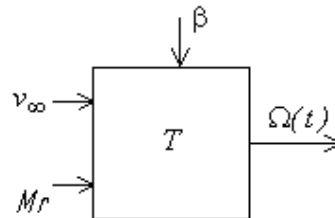


Fig. 8 Sistemul inițial

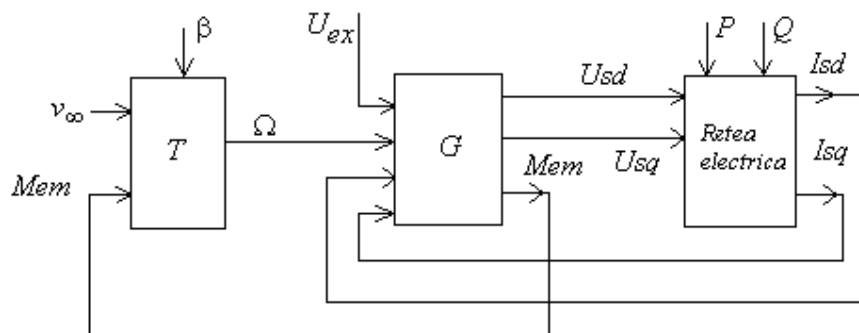


Fig.9 Evidențierea interacțiunilor

Observații. 1. Schema din fig. 9 este puternic simplificată. În realitate, între generator și rețeaua locală mai intervin 3 subsisteme interconectate: **un redresor**, un **convertor cc-cc comandat (chopper)** și un **invertor**.

Modelele dinamice ale subsistemelor sunt diferite, ca scară de timp:

- **dinamici relativ lente** la turbină (depinzând de puterea nominală a acesteia);
- **dinamici relativ rapide** în subsistemul electromagnetic al generatorului
- **dinamic rapide sau foarte rapide** în electronica de putere atașată sistemului

In concluzie, la sfârșitul primei etape, se cunosc:

- **mărimile de intrare si de ieșire** aferente sistemului final S_F ;
- **structura sistemului**, adică sub-sistemele componente si interacțiunile dintre acestea.

Observații

1. Se vor reține ca **mărimi de esențiale din model** acele variabile, care prezintă interes sub aspectul funcționalității si performanței procesului implicat. Din punctul de vedere al buclei de reglare în care este inclus procesul, mărimile de ieșire din model se împart în:

- **mărimi de calitate** (nemăsurabile; de exemplu, coeficientul de putere – care exprimă eficiența conversiei energiei eoliene, în cazul prezentat mai sus);
- **mărimi de ieșire ale sistemului**. Acestea li se alocă traductoare, ale căror modele se vor include în S_F .

2. Se selectează, între mărimile de intrare, acele variabile care au rol de **comandă a procesului**. Restul mărimilor de intrare se consideră ca **perturbații**.

Etapa 2. Modelarea variabilelor exogene

Modelarea variabilelor exogene înseamnă evaluarea **proprietăților spectrale** ale mărimilor respective.

Variabilele periodice sunt modelate prin **spectrul** semnalelor respective

Variabilele neperiodice sunt modelate prin **funcția spectrală** (transformata Fourier) a semnalelor respective. Modulul funcției spectrale este proporțional cu **densitatea armonicilor**.

Variabilele aleatoare sunt modelate prin **funcția densității spectrale de putere**.

Aceasta arată distribuția puterii pe scara frecvențelor.

Un obiectiv urmărit este determinarea **lărgimii spectrale** a variabilelor exogene

Variabilele externe sunt de doua tipuri:

- variabile **perturbatoare**. Intre acestea, se selectează **perturbația/perturbațiile de bază**. Cel mai frecvent, perturbațiile principale generează variația fluxului de energie (puterea) sau de substanță (debitul) prin instalație, purtând denumirea generica de **sarcină** (notată cu u_p);
- variabile de **comandă**. Acestea au caracteristicile spectrale determinate de legile de comandă ale regulatorului. Știind că, în etapa de modelare a sistemului fizic SF, legile de comandă nu sunt încă cunoscute, se pune problema doar a estimării **preliminare** a lărgimii maxime de bandă a semnalului de comandă $u_c(t)$.
 - In cazul *Exemplului 1*, comanda fiind electronică (unghiul de aprindere al converorului de rețea), banda în care se face modelarea este determinată de : constantele de timp ale traductoarelor de curent/viteza, de timpul mort al convertorului etc (practic, de constanta de timp notata prin T_S in procesele rapide).
 - In cazul *Exemplului 2*, spectrul comenzii este limitat de timpul de răspuns al servosistemului prin care se ajustează unghiul de calare a palelor, β . Se remarcă faptul că sistemul conține subsisteme cu dinamici diferite, fiind **necesară adoptarea unor scări de timp diferite, pentru buclele aferente proceselor aero-mecanice, respective electrice**.

In metodologia de modelare a proceselor, **este esențială modelarea perturbației**, $u_p(t)$. Fenomenele/operațiile din instalația tehnologică, care modifică « sarcina » acesteia, determină evoluția variabilei $u_p(t)$. Există două abordări uzuale:

a). $u_p(t)$ se consideră ca fiind o **variabilă deterministă** (de regulă, treaptă sau rampă). Acest caz implică, în mod evident, o simplificare a realității, impusă de necesitatea unei abordări rezonabile, sub aspectul complexității, în sinteza legii de comandă. Se știe ca exogenul perturbator se modelează prin sistemul dinamic autonom :

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{x}_2, \quad \mathbf{x}_2(0) \neq \mathbf{0}$$

$$u_p = \mathbf{c}_2^T \cdot \mathbf{x}_2$$

astfel încât sistemul analizat poate fi reprezentat ca în figura 10. Este știut că această reprezentare constituie punctul de plecare pentru sinteza deterministă a reguletoarelor în descrierea de stare, prin includere modelului intern în structura regulatorului (fig. 10).

Exemple:

1. Dacă perturbația este sub formă de treaptă, modelul intern este $1/s$ (se utilizează criteriul modulului);
2. la perturbație sub formă de rampă modelul intern este $1/s^2$ (se utilizează criteriul simetriei);
3. la perturbație armonică se utilizează $1/(s^2 + \omega^2)$ (se utilizează reguletoare PI generalizate – cazul reguletoarelor din filtrele active).

Nivelul precar al acestei abordări poate fi ilustrat prin *Exemplul 1*. În acționările electrice se admit a priori perturbații de sarcină sub forma unui semnal determinist tipizat. În realitate, « sarcina » este generată de procesul desfășurat în mașina de lucru (deformare plastică – în cazul acționării unei caje de laminare ; procesul de frecare – în servosisteme de precizie etc). Este evident faptul ca o asemenea abordare eludează modelarea detaliată a sistemului pe baza schemei

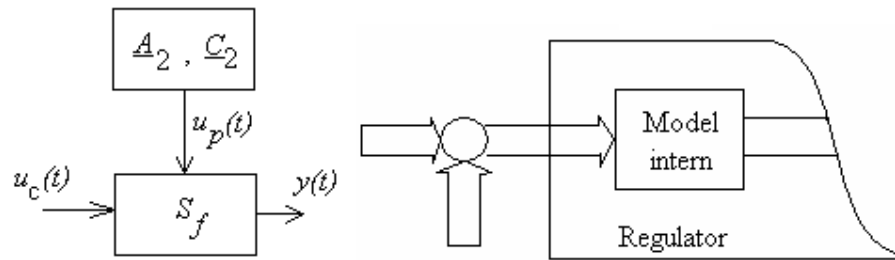


Fig. 10 Modelarea exogenului determinist **Fig.11** Modelul exogenului în legea de comanda

de structură din fig. 5. În aceste condiții, uzual se admit două situații :

- se admite că modelarea procesului conduce la evoluții ale variabilei $u_p(t)$ apropiate de semnalele tipizate uzuale. Adoptarea unei forme tipizate uzuale pentru $u_p(t)$ este justificată de necesitatea de a nu complica excesiv construcția regulatorului, având în vedere implicarea exogenului în sinteza legii de comanda (v. fig. 11) și conștientizând caracterul aproximativ al modelului utilizat ;
- modelarea procesului conduce la dependențe extrem de complicate ale variabilei de sarcină $u_p(t)$ de starea sistemului. În cadrul *Exemplului 1*, cazul tipic este cel al servo-sistemelor cu frecare, care constituie în prezent un domeniu de studiu distinct și foarte dificil.

b). $u_p(t)$ este o **variabilă aleatoare** de tipul unui **zgomot colorat**. Sistemul se reprezintă ca în figura 12, unde FF este un filtru de formare, care primește la intrare zgomotul alb $e(t)$ și furnizează la ieșire zgomotul colorat $u_p(t)$.

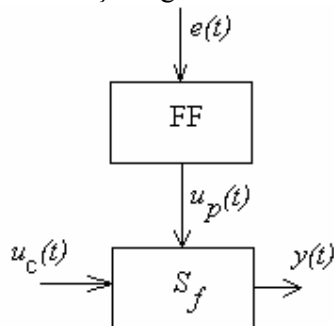


Fig. 12 Modelarea perturbației aleatoare

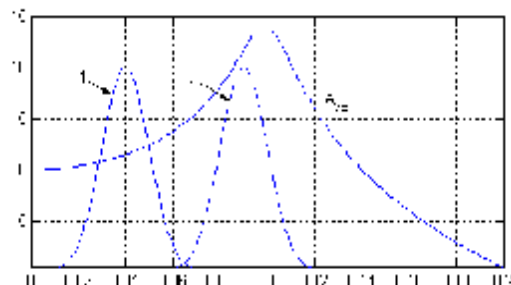


Fig. 13 Modelele procesului și perturbației

Pentru a ilustra necesitatea modelării acestei variabile, se va considera, ca exemplu, sistemul de stabilizare a ruliului la o navă maritimă. În acest caz, modelul liniarizat al navei este un sistem de ordinul doi oscilant, a cărui caracteristică de amplificare, $A_{dB}(\omega)$, prezintă o rezonanță pronunțată. Perturbația $u_p(t)$ este indusă de valuri și are o caracteristică selectivă a densității spectrale de putere, cu un maximum la pulsația medie a valului. Această caracteristică este *variantă* : depinde de starea mării, dar și de unghiul de atac al valului. În fig. 13 sunt prezentate, *calitativ*, caracteristica $A_{dB}(\omega)$ a navei și două poziții posibile (1 și 2) ale caracteristicii densității spectrale de putere a perturbației. Celor două densități spectrale de putere le corespund dinamici diferite ale navei și cerințele sensibil diferite impuse legii de stabilizare a ruliului. Astfel, pentru densitatea spectrală de putere 2, comanda care vizează reducerea rezonanței trebuie să aibă o pondere sensibil mai mare. Este clar că pentru sinteza unui stabilizator de raliu este necesară determinarea atât a modelului procesului propriu, cât și modelul perturbației.

Se va ilustra necesitatea modelării exogenului aleatoriu și în cadrul *Exemplului 2*, prezentat mai sus. Viteza vântului într-un punct fix, v_∞ , reprezintă o variabilă de intrare care trebuie modelată în conformitate cu schema din fig. 12.

Viteza vântului este o variabilă aleatoare nestaționară, care poate fi prezentată sub forma

$$v(t) = \overline{v(t)} + v_t(t)$$

unde $\overline{v(t)}$ este componenta pe termen mediu și lung, iar $v_t(t)$ este componenta de turbulență.

Pentru scara de timp corespunzătoare componentei de turbulență, se poate considera ca $\bar{v}$ este valoarea medie a vitezei vântului. Un model spectral de bandă largă al vitezei vântului (incluzând cele două componente), dedus pe cale experimentală și evocat în literatura de specialitate, este modelul Van der Hoven (fig. 14).

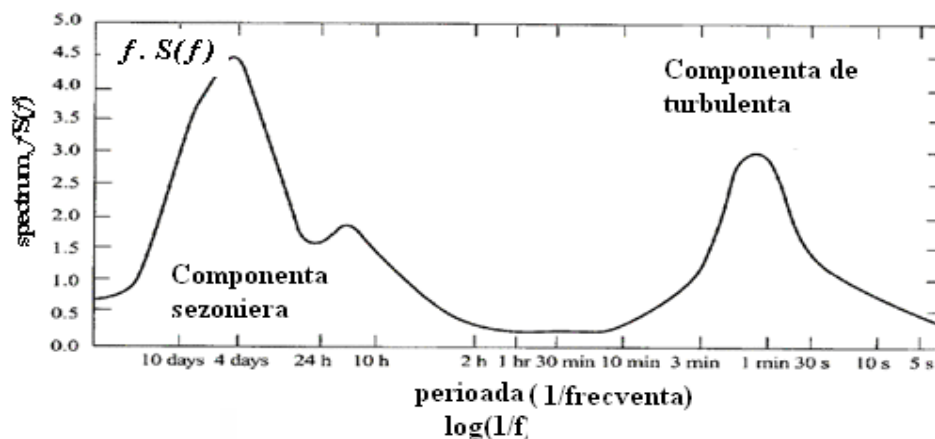


Fig. 14 Modelul Van der Hoven

- Ambele componente sunt extrem de importante în funcționarea turbinei: componenta pe termen mediu și lung, $\overline{v(t)}$, este cea care generează succesiunea situațiilor referitoare la nivelul energetic la care funcționează turbina, pe când componenta de variație rapidă a vitezei vântului (de turbulență) reprezintă perturbația majoră a sistemului și periclitează respectarea cerințelor privitoare la variațiile de frecvență și de tensiune ale agregatului energetic eolian. Prin mijloacele actuale oferite de fizica atmosferei, modelarea analitică a componentei pe termen mediu și lung nu este posibilă, însă există proceduri pentru identificarea experimentală a acesteia. Pentru generarea componentei de variație rapidă a vitezei vântului, se pot utiliza *proceduri analitice*, bazate pe modelele *von Karman* sau *Kaimal* pentru turbulență. În conformitate cu aceste modele, proprietățile turbulenței depind de valoarea medie a vitezei vântului, prin intermediul a doi parametri:

- *intensitatea turbulenței, I* , definită prin relația

$$I = \frac{\sigma}{\bar{v}} \quad (3)$$

unde σ este deviația standard a vitezei vântului în câmpul de turbulență,

- *lungimea de turbulentă, L* .

Fie I_i , $i=u, v, w$, intensitatea turbulenței pe direcțiile: longitudinală (u), laterală, (v) și verticală (w). Similar, se utilizează notațiile generice pentru lungimea de turbulentă: L_i , $i=u, v, w$. Acești parametri se calculează în funcție de înălțimea de la sol, de rugozitatea solului etc, pe baza unor relații propuse de diverse standarde: standardul IEC, standardul danez DS 472 etc. Pentru toate direcțiile, ($i=u, v, w$), spectrul Kaimal are următoarea expresie:

$$\frac{f \cdot S_i(f)}{\sigma_i^2} = \frac{4f L_i / \bar{v}}{(1 + 6f L_i / \bar{v})^{5/3}} \quad (4)$$

Spectrul von Karman pentru direcția longitudinală este:

$$\frac{f \cdot S_u(f)}{\sigma_u^2} = \frac{4f L_u / \bar{v}}{\left[1 + 70.8(f L_u / \bar{v})^2\right]^{5/6}} \quad (5)$$

iar pentru $i=v, w$:

$$\frac{f \cdot S_i(f)}{\sigma_i^2} = \frac{4(f L_i / \bar{v}) \left[1 + 755.2(f L_i / \bar{v})^2\right]}{\left[1 + 283.2(f L_i / \bar{v})^2\right]^{11/6}} \quad (6)$$

Se constată că generarea acestei componente, în conformitate cu schema din fig. 12, implică utilizarea unor filtre de formare de ordin ne-întreg. De exemplu, modelul analitic al componentei de turbulență în cazul spectrului von Karman conduce la un filtru de formare de ordin 5/6, având răspunsul la frecvență

$$H_F(j\omega) = \frac{K_F}{(1 + j\omega T_F)^{5/6}} \quad (7)$$

Evident, includerea acestui filtru în modelul extins al sistemului modelat nu este o problema simplă.

Definirea domeniului spectral al modelării analitice

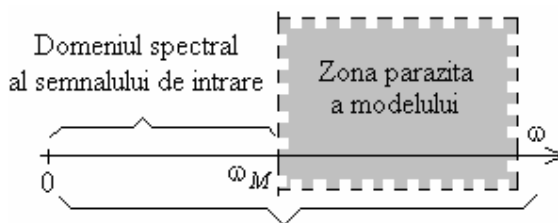


Fig.15 Domeniul spectral descris de model

Cunoașterea cantitativă a variabilelor externe, sub forma caracteristicilor spectrale, este necesară, de asemenea, pentru dezvoltarea următoarei etape a procedurii de modelare. Ne referim la ***deducerea "lărgimii de bandă" a modelului spectral al intrărilor sistemului***. Se presupune ca sistemul fizic este excitat de o variabilă de intrare având spectrul în domeniul $[0, \omega_M]$, ca în figura 15. Modelul trebuie să reflecte corect proprietățile sistemului fizic, deci

el trebuie dezvoltat în domeniul spectral menționat.

Este posibil ca, printr-un exces de zel sau din cauza unei estimări greșite a pulsației ω_M , domeniul spectral descris de model să depășească frecvența ω_M . Rezulta o parte „*parazită*” a

modelului, care poate genera dificultăți în fazele ulterioare de elaborare a legii de

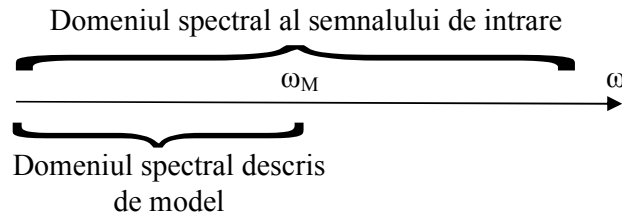


Fig. 15.bis

comanda. De asemenea, dacă domeniul spectral al modelului este mai îngust decât domeniul spectral al semnalului de intrare, atunci unele componente ale semnalului de intrare vor fi filtrate (v. figura 15.bis)

Etapă 3 –Deducerea ecuatiilor de stare ale sistemului

Se deduc ecuațiile de stare sub forma ecuațiilor de bilanț energetic/material, într-o ordine determinată de *evaluarea a priori* a nivelului acumulării *variabile* din respectivul bilanț.

Această etapă implica parcurgerea a 3 pași:

a - **scrierea ecuațiilor de stare** (ecuații de bilanț cu acumulări variabile **independente**) și precizarea naturii fizice a variabilelor de stare din modelul analitic;

Ecuatia de bilanț material:

$$\left(\begin{array}{l} \text{derivata în} \\ \text{raport cu} \\ \text{timpul a} \\ \text{masei} \\ \text{acumulate} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{debitul} \\ \text{masic la} \\ \text{intrare} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \text{debitul} \\ \text{masic la} \\ \text{iesire} \end{array} \right) \pm \left(\begin{array}{l} \text{debitul masic} \\ \text{rezultat / consumat} \\ \text{prin reactii sau prin} \\ \text{schimbarea} \\ \text{starii de} \\ \text{agregare} \end{array} \right)$$

Ecuatia de bilanț energetic:

- în procesele mecanice:

$$\left(\begin{array}{l} \text{derivata în} \\ \text{raport cu timpul} \\ \text{a energiei cinetice} \\ \text{si potentiale} \\ \text{acumulate} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{puterea} \\ \text{corespunzătoare} \\ \text{fortelor/momentelor} \\ \text{active} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \text{puterea} \\ \text{corespunzătoare} \\ \text{fortelor/momentelor} \\ \text{rezistente} \end{array} \right)$$

- în procesele electrice:

$$\left(\begin{array}{l} \text{derivata energiei} \\ \text{acumulate în} \\ \text{inductivitati si} \\ \text{capacitati} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{puterea} \\ \text{dezvoltata} \\ \text{de surse} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \text{puterea} \\ \text{transformată} \\ \text{prin efect} \\ \text{Joule} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \text{puterea transformată} \\ \text{prin alte forme de} \\ \text{conversie, ca de exemplu,} \\ \text{conversia electromecanica} \end{array} \right)$$

- în procesele de schimb de masă și căldură:

$$\left(\begin{array}{l} \text{derivata} \\ \text{cantitatii} \\ \text{de caldura} \\ \text{acumulate in} \\ \text{instalatie} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{puterea aferenta} \\ \text{debitului masic} \\ \text{de intrare} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \text{puterea aferenta} \\ \text{debitului masic} \\ \text{de iesire} \end{array} \right) \pm \left(\begin{array}{l} \text{puterea necesara} \\ \text{schimbarii starii} \\ \text{de agregare} \end{array} \right) \pm \left(\begin{array}{l} \text{puterea} \\ \text{rezultata/consumata} \\ \text{la reactii chimice} \end{array} \right) \pm \dots$$

b - **explicitarea variabilelor intermediare** care intervin în ecuațiile de stare. Aceasta operație implica utilizarea cunoștințelor de specialitate din domeniul procesului modelat: legi, relații cu caracter experimental etc. *Dificultatea majora, care determina in cea mai mare parte erorile modelului analitic, consta in faptul ca explicitarea variabilelor intermediare se face prin relații deduse in regim permanent, pentru care se face ipoteza că ar fi valabile și în regim dinamic.*

c - **ordonarea ecuațiilor modelului**: în partea dreaptă a oricărei ecuații trebuie să intervină numai:

- variabile de stare,
- variabile de intrare
- variabile intermediare definite printr-o relație anterioară.

Analiza obligatorie care trebuie realizată în această etapă, la scrierea fiecărei ecuații de bilanț, vizează *respectarea condiției de independență a acumulărilor variabile*, pentru *asigurarea proprietăților de controlabilitate și observabilitate ale sistemului dinamic generat prin modelare*. Îndeosebi la modelarea proceselor de schimb de masă și căldură este posibilă introducerea de variabile de stare “false” (de exemplu, incluzând ca ecuații de stare acele ecuații de bilanț masic cu acumulare variabilă, la care variația acumulării este efectul unei alte acumulări variabile, care generează variația de temperatură).

Etapă 4 –Definitivarea modelului de stare

Obiectivul urmărit constă în stabilirea corectă a “lărgimii de bandă” a modelului. (cât de complicat se consideră modelul)

În esență, în cadrul acestei etape se selectează acele ecuații de stare, al căror “model spectral” se încadrează în banda aferentă modelului spectral al intrărilor. În Fig. 15 se prezintă o situație posibilă privind relația dintre domeniul spectral al variabilei de intrare și domeniul spectral în care modelul descrie dinamica procesului. **Un model poate fi incorect din două puncte de vedere:**

- **modelul este imprecis**, în sensul că nu descrie complet dinamica procesului în banda în care acesta este excitat la intrare (lărgimea de bandă a modelului este inferioară benzii semnalului de intrare – v. fig. 15.bis);
- **modelul este parazitic**, în sensul că el acoperă o bandă prea largă, dincolo de limita domeniului spectral al intrării (este cazul ilustrat în Fig. 15). Ansamblul ecuațiilor de stare care “se situează” în **zona parazită** a modelului ar trebui tratate ca ecuații algebrice, pentru a nu compromite – prin dificultăți numerice – problematica de analiză sau sinteză în care este implicat modelul.

Operația de selecție a ecuațiilor de stare pentru stabilirea modelului final, conform exigentelor menționate, este relativ simplă ca principiu, însă extrem de dificilă ca procedură practică de realizare.

Ca principiu, la un pas curent al procesului iterativ de formare a modelului de stare, se procedează astfel:

- se atașează la “modelul curent” o nouă ecuație de stare, după care
- se evaluează poziția noii componente spectrale *din modelul liniarizat în punctul de funcționare admis*, precum și modificarea poziției celorlalte componente spectrale. Dacă noua componentă spectrală este inclusă în banda aferentă semnalului de intrare, ecuația de stare va fi adăugată în sistem și se trece la iterația următoare. **În caz contrar, se va neglija derivata în ecuația respectivă, aceasta devenind o ecuație algebrică.**

Sub aspect practic (procedural), operația menționată va fi ilustrată în cele ce urmează.

Evaluarea a priori a componentelor spectrale induse de o ecuație de bilanț/stare.

Nu este concludentă evaluarea poziției componente spectrale numai după mărimea energiei acumulate în ecuația respectivă de bilanț.

Acest lucru poate fi ilustrat prin Exemplul 2. Fie ecuația de mișcare a turbinei eoliene având momentul de inerție J (uzual acesta este foarte mare):

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M_e(v_\infty, \beta, \Omega) - M_{em}(\Omega, u_p) \quad (8)$$

Din schema de simulare analogica, dată în fig. 16, ar rezulta, aparent, că momentul de inerție este factorul determinant în evoluția vitezei unghiulare $\Omega(t)$. Realitatea fizică arată că dinamica eolienei poate varia extrem de mult cu poziția punctului de funcționare, fiind determinată de componenta spectrală $\lambda = -1/T$, unde constanta de timp T rezulta din modelul liniarizat, prezentat în fig. 17:

$$J \frac{d(\delta\Omega)}{dt} = \frac{\overline{\partial M_e}}{\partial \Omega} \delta\Omega + \frac{\overline{\partial M_e}}{\partial \beta} \delta\beta + \frac{\overline{\partial M_e}}{\partial v_\infty} \delta v_\infty - \frac{\overline{\partial M_{em}}}{\partial \Omega} \delta\Omega - \frac{\overline{\partial M_{em}}}{\partial u_p} \delta u_p \quad (9)$$

$$T \frac{d}{dt}(\delta\Omega) + \delta\Omega = K_v \cdot \delta v_\infty + K_\beta \cdot \delta\beta + K_p \cdot \delta u_p$$

în care

$$T = \frac{J}{\Delta_0}; \quad \Delta_0 = \left(\frac{\partial M_{em}}{\partial \Omega} \right)_0 - \left(\frac{\partial M_e}{\partial \Omega} \right)_0$$

$$K_v = \frac{1}{\Delta_0} \left(\frac{\partial M_e}{\partial v_\infty} \right)_0; \quad K_\beta = \frac{1}{\Delta_0} \left(\frac{\partial M_e}{\partial \beta} \right)_0; \quad K_p = \frac{1}{\Delta_0} \left(\frac{\partial M_{em}}{\partial u_p} \right)_0; \quad (10)$$

Evident, constanta de timp depinde de pantele caracteristicilor statice implicate, adică: familia caracteristicilor turbinei eoliene și caracteristica cuplului electromagnetic al generatorului

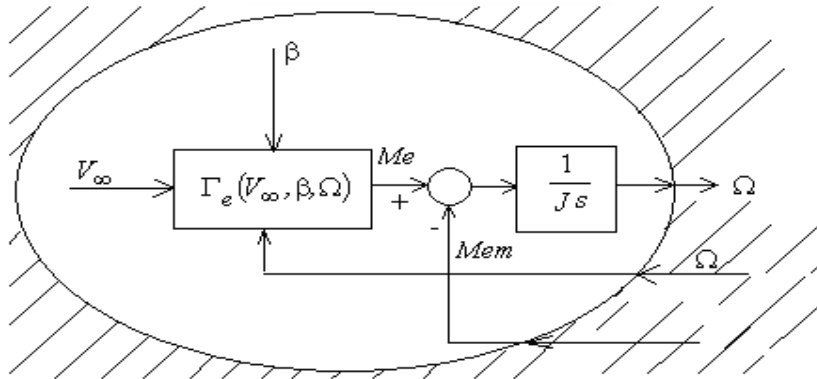


Fig. 16 Modelul ecuației de mișcare al unei turbine eoliene

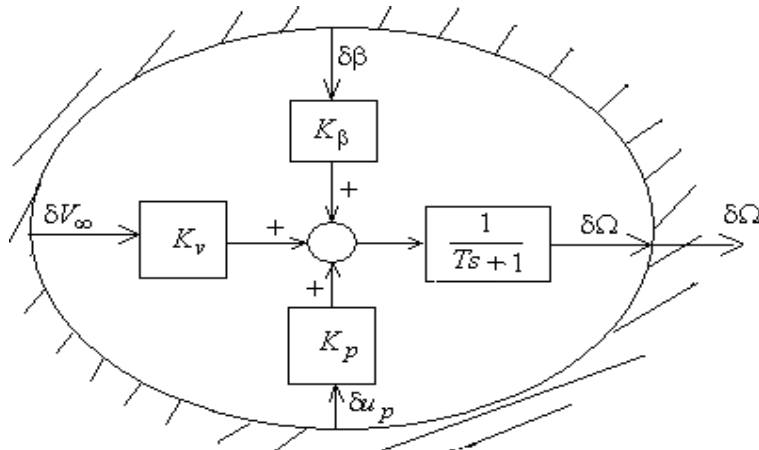


Fig. 17. Modelul liniarizat aferent ecuației de mișcare a unei turbine eoliene

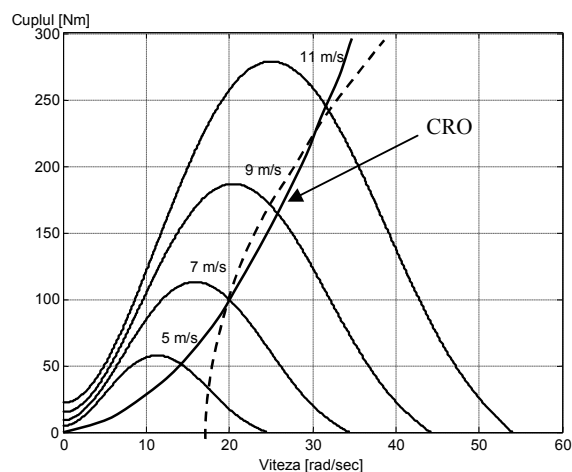


Fig. 18 Caracteristicile cuplului eolian si cuplului electromagnetic

Pentru asigurarea eficienței conversiei energiei eoliene, caracteristica generatorului trebuie ajustată printr-o lege de comandă astfel încât punctul curent de funcționare să fie situat permanent în vecinătatea caracteristicii regimurilor optime (CRO – în fig. 18). Principiul de comandă (în fapt – *strategia de conducere automata*) determină maniera de “manipulare” a caracteristicii cuplului electromagnetic și – prin aceasta – proprietățile dinamice ale procesului.