

LABORATOR NR. 1: MODELAREA MATEMATICA A PROCESELOR CONTINUE

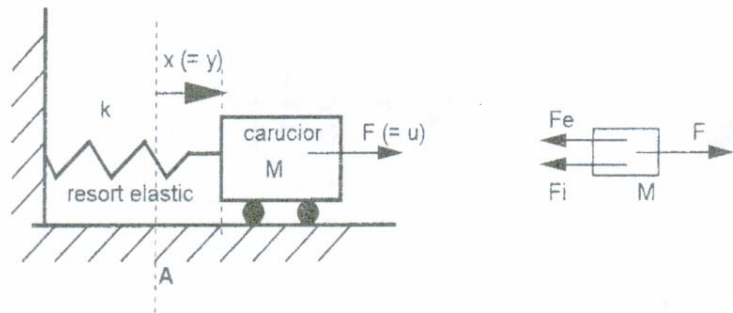
Obiectivele lucrării

- a) studiul unor modele matematice pentru procese continue;
- b) simularea sistemelor continue folosind instructiunile din mediul MATLAB.

Scopul acestei lucrari de laborator este prezentarea unor exemple de modelare matematica a proceselor continue. Astfel, se porneste de la ecuatiile ce descriu functionarea procesului si se ajunge la deducerea unui model intrare – iesire (functia de transfer).

Exemplul 1:

Fie un carucior de masa constanta M ce se deplaseaza pe un plan orizontal, fara frecare. Se considera ca marime de intrare (cauza) forta F aplicata asupra caruciorului, iar ca marime de iesire (efect) deplasarea x a caruciorului fata de pozitia initiala. In figura de mai jos pozitia initiala a caruciorului este marcata cu A . Sunt cunoscute constanta de elasticitate k a resortului si masa M a caruciorului. Se neglijeaza frecarea cu aerul si se presupune ca resortul este initial relaxat.



Modelul matematic se obtine scriind relatiile matematice care descriu echilibrul fortelor ce actioneaza asupra corpului de masa M . Forta F va egala suma dintre forta elastica F_e si forta de inertie F_i :

$$F(t) = F_e(t) + F_i(t)$$

unde

$$F_e(t) = kx(t)$$

$$F_i(t) = M\ddot{x}(t)$$

Prelucrând relatiile de mai sus, se obtine:

$$M\ddot{x}(t) + kx(t) = F(t); x(0) = 0$$

Aceasta relatie se poate rescrie, notand marimea de intrare cu u si marimea de iesire cu y :

$$M\ddot{y}(t) + ky(t) = u(t); y(0) = 0; \dot{y}(0) = 0$$

Modelul matematic rezultat este o ecuatie diferentiala liniara de ordinul II.

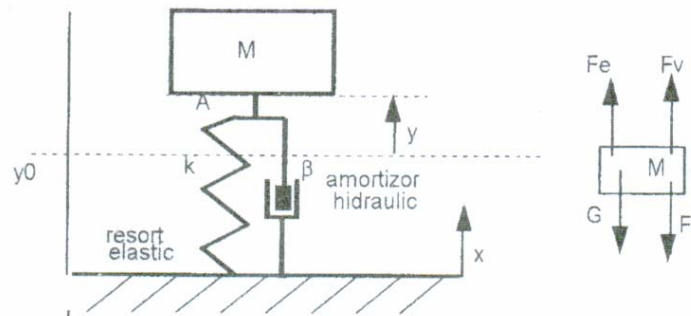
Considerand conditii initiale nule ($y(0) = 0; \dot{y}(0) = 0$) se poate obtine modelul matematic intrare-iesire de tip functie de transfer, aplicand transformata Laplace in relatia anterioara:

$$s^2MY(s) + kY(s) = U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{Ms^2 + k}$$

Exemplul 2:

Fie sistemul de suspensie al unei masini reprezentat in figura de mai jos. Suspensia masinii este reprezentata aproximativ printr-un resort si un amortizor (unul elastic si unul hidraulic), caracterizate prin constantele k si β . Masina, de masa constanta M , intalneste pe sosea o denivelare de inaltime x (cauza), fapt ce determina deplasarea y pe verticala a caroseriei automobilului. In absenta denivelarii, caroseria masinii se gaseste la inaltimea y_0 .



Se scriu relatiile matematice ce descriu comportarea sistemului in regim static (denivelarile sunt absente pe traseul masinii) si in regim dinamic (denivelarile sunt prezente pe traseul masinii).

In regim static, caroseria se afla la inaltimea y_0 fata de sol. Resortul este deformat numai sub actiunea greutatii masinii. Notand cu l_0 deformarea sub actiunea greutatii masinii, se obtine:

$$Mg = kl_0$$

In regim dinamic, asupra corpului de masa M actioneaza reactiunile din resort si amortizorul hidraulic, forta de inertie si greutatea:

$$M\ddot{y} + M\dot{y} = k(l_0 + x - y) + \beta(\dot{x} - \dot{y})$$

Prelucrand relatiile de mai sus, se obtine relatia.

$$M\ddot{y} + \beta\dot{y} + ky = \beta\dot{x} + kx$$

Folosind notatia u pentru marimea de intrare de comanda, relatia precedenta se poate rescrie sub forma:

$$M\ddot{y} + \beta\dot{y} + ky = \beta\dot{u} + ku, t \geq 0$$

In conditii initiale nule, se aplica transformata Laplace si se obtine modelul matematic de tip functie de transfer:

$$G(s) = \frac{\beta s + k}{Ms^2 + \beta s + k}$$

Cerinte

Studiul modelelor matematice prezentate in lucrare.

Simularea modelelor intrare – iesire (functii de transfer) in mediul Matlab. Pentru aceasta vor fi folosite semnale de tip impuls (se obtine functia pondere), de tip treapta (se obtine raspunsul indicial) si de tip dreptunghiular.