

LABORATOR NR. 4: GRUPAREA ELEMENTELOR DINAMICE. FUNCȚII DE TRANSFER ECHIVALENTE.

Obiectivele lucrării

- a) studiul metodelor de grupare a elementelor dinamice;
- b) aplicarea notiunilor teoretice în exemple practice.

Gruparea elementelor dinamice. Funcții de transfer echivalente.

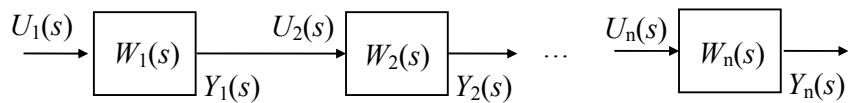
Un sistem dinamic poate fi conectat cu altele pentru a forma un sistem mai complex. Acesta este cel mai frecvent caz în automatică, când se studiază subsistemele interconectate ale unui sistem mai complex dat. Vom căuta, în acest caz, să asamblăm modelele acestor subsisteme într-un sistem global.

Funcția de transfer este un model de sistem foarte bine adaptat pentru această problemă. Pentru fiecare element dinamic(subsistem), se indică funcția de transfer și se precizează mărimea de intrare și de ieșire. Este suficient să cunoaștem funcția de transfer a fiecărui element, pentru a fi în măsură să calculăm funcția de transfer globală a sistemului analizat.

Anumite structuri de bază, des utilizate pentru asocierea elementelor dinamice, sunt prezentate în cele ce urmează.

Gruparea în serie a elementelor dinamice (cuplarea în cascadă)

Elementele sunt astfel conectate, încât semnalul de ieșire al unuia constituie semnal de intrare pentru celălalt :



Dacă $W_i(s)$, $i=1, \dots, n$ sunt funcțiile de transfer a celor n elemente dinamice, obținem :

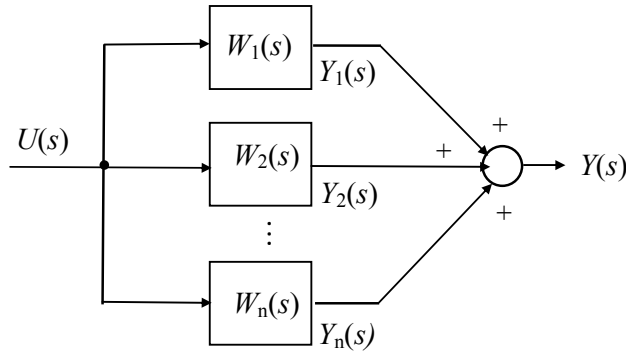
$$\begin{aligned} Y_n(s) &= W_n(s) \cdot U_n(s) = W_n(s) \cdot Y_{n-1}(s) = W_n(s) \cdot W_{n-1}(s) \cdot U_{n-1}(s) = \dots \\ &= W_n(s) \cdot W_{n-1}(s) \cdot \dots \cdot W_1(s) \cdot U_1(s). \end{aligned}$$

Funcția de transfer echivalentă a grupului de elemente serie este așadar obținută prin produsul funcțiilor de transfer parțiale.

$$W(s) = \frac{Y_n(s)}{U_1(s)} = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot \dots \cdot W_n(s)$$

Gruparea în paralel a elementelor dinamice

Elementele sunt conectate astfel încât ele au același semnal de intrare și ieșirea globală a grupării este suma ieșirilor individuale.



$$Y(s) = \sum_{i=1}^n Y_i(s) = U(s) \cdot \sum_{i=1}^n W_i(s).$$

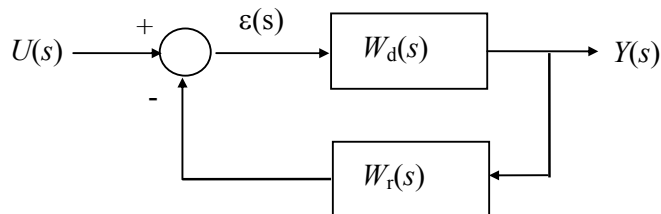
Funcția de transfer echivalentă a grupării paralele este, așadar, suma funcțiilor de transfer parțiale:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = W_1(s) + W_2(s) + \dots + W_n(s)$$

Structura de buclă cu reacție negativă

Aceasta este structura ce se utilizează în automatică pentru sistemele de reglare automată. Ea reproduce o structură des întâlnită în natură care realizează o autoreglare a unei mărimi date prin comparația ei permanentă cu o referință ("feedback"). Această comparație este realizată de un detector de eroare (element de comparație) a cărei ieșire $\varepsilon(t)$ se numește *eroare*

Această structură este prezentată mai jos. Se remarcă o cale directă (sau cale de acțiune) a cărei funcție de transfer este notată $W_d(s)$ și o cale de reacție cu funcția de transfer $W_r(s)$.



$$Y(s) = \varepsilon(s)W_d(s) = [U(s) - Y(s)W_r(s)]W_d(s)$$

$$Y(s)[1 + W_d(s)W_r(s)] = U(s)W_d(s)$$

Funcția de transfer echivalentă a acestei structuri este dată de formula :

$$W_0(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{W_d(s)}{1 + W_d(s)W_r(s)}$$

Definiția 3.2: Vom numi funcție de transfer în buclă deschisă (a sistemului în buclă închisă) funcția de transfer $W_c(s)$ produsul funcțiilor de transfer al căii directe și al căii de reacție:

$$W_c(s) = W_d(s)W_r(s)$$

Indicele "c" vine de la englezescul "cut", pentru ca funcția de transfer corespunde sistemului obținut prin "tăierea" reacției negative înainte de elementul de comparație. Această funcție de transfer joacă un rol important în studiul stabilității sistemului în buclă închisă.

Un caz particular este reacția negativă unitară, corespunzătoare situației

$$W_r(s)=1.$$

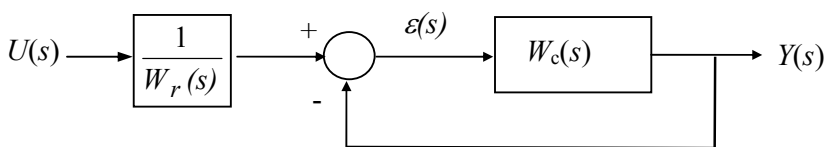
Se obține astfel :

$$W_0(s) = \frac{W_d(s)}{1 + W_d(s)}$$

Dacă un sistem în buclă închisă are reacție neunitară, se poate întodeauna considera o structură echivalentă cu reacție unitară. Într-adevăr, considerând identitatea:

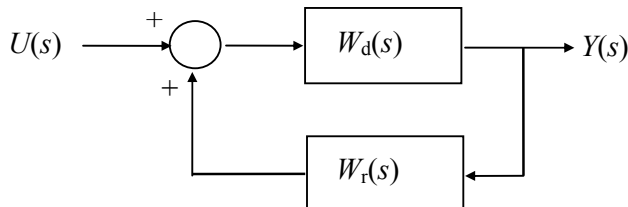
$$\frac{1}{W_r(p)} \cdot \frac{W_c(p)}{1 + W_c(p)} = \frac{W_d(p)}{1 + W_d(p) \cdot W_r(p)},$$

se găsește structura echivalentă următoare:



Structura în buclă închisă cu reacție pozitivă

Aceasta este o structură asemănătoare celei prezentate anterior, cu excepția faptului că efectul căii de reacție este adunată la referință. Schema sa funcțională este prezentată alăturat.

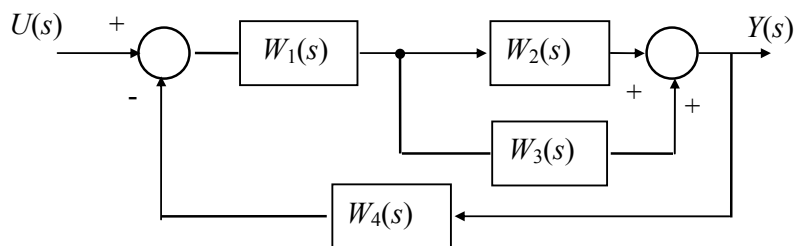


Dacă vom considera că funcția de transfer a căii de reacție este $-W_r(s)$, se regăsește structura anterioară. În consecință, funcția de transfer echivalentă a acestei structuri este:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{W_d(s)}{1 - W_d(s) \cdot W_r(s)}$$

Utilizând grupările de elemente dinamice prezentate mai sus, putem întotdeauna simplifica schemele funcționale și găsi o funcție de transfer echivalentă.

Exemplu : Vom considera schema funcțională următoare :



unde funcțiile de transfer ale elementelor dinamice sunt :

$$W_1(s) = \frac{s+5}{s^2+s+1}; W_2(s) = \frac{s+2}{s+3};$$

$$W_3(s) = \frac{1}{s^2+4s}; W_4(s) = \frac{2}{s+10};$$

Grupând W_2 în paralel cu W_3 se obține $W_5(s)$:

$$W_5(s) = \frac{s^3 + 6s^2 + 9s + 3}{s^3 + 7s^2 + 12s}$$

Grupând W_1 în serie cu W_5 se obține $W_6(s)$:

$$W_6(s) = \frac{s^4 + 11s^3 + 39s^2 + 48s + 15}{s^5 + 8s^4 + 20s^3 + 19s^2 + 12s}$$

Funcțiile de transfer W_6 și W_4 corespund căii directe și de reacție ale unei bucle cu reacție negativă cu funcția de transfer:

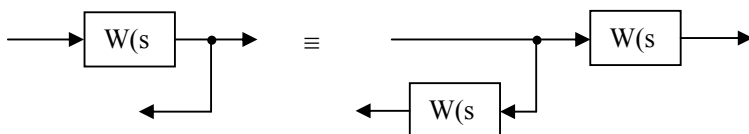
$$W_7(s) = \frac{s^5 + 21s^4 + 149s^3 + 438s^2 + 495s + 150}{s^6 + 18s^5 + 102s^4 + 241s^3 + 280s^2 + 216s + 30}$$

Orice schemă bloc funcțională poate fi simplificată în mod asemănător, prin transformări succesive care înlocuiesc anumite grupări de elemente dinamice prin funcții de transfer echivalente.

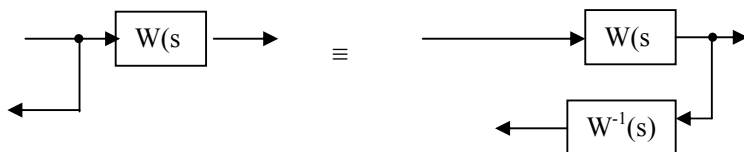
3.6 Reguli de transformare a schemelor bloc funcționale

Aplicând rezultatele din paragraful anterior, rezultă că putem aplica regulile de transfigurare a unei scheme bloc funcționale prezentate mai jos, în vederea calculului funcției de transfer echivalente.

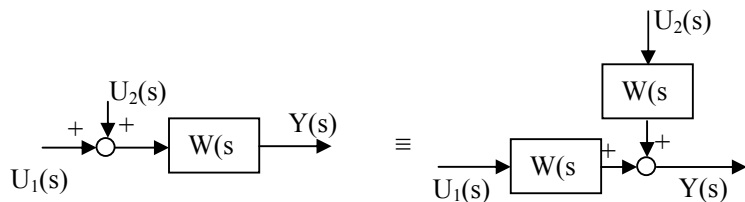
1. Mutarea unui nod de la ieșirea la intrarea unui subsistem:



2. Mutarea unui nod de la intrare la ieșirea unui subsistem:

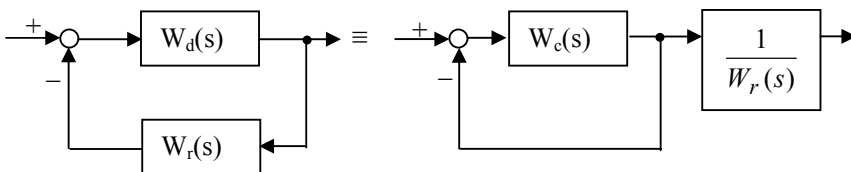


3. Mutarea unui bloc sumator de la intrare la ieșirea unui subsistem



4. Obținerea unei reacții unitare

Pentru proiectarea sistemelor de reglare automată, avem nevoie de transformarea unui sistem în buclă închisă într-un sistem în buclă închisă cu reacție unitară



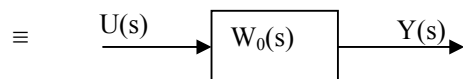
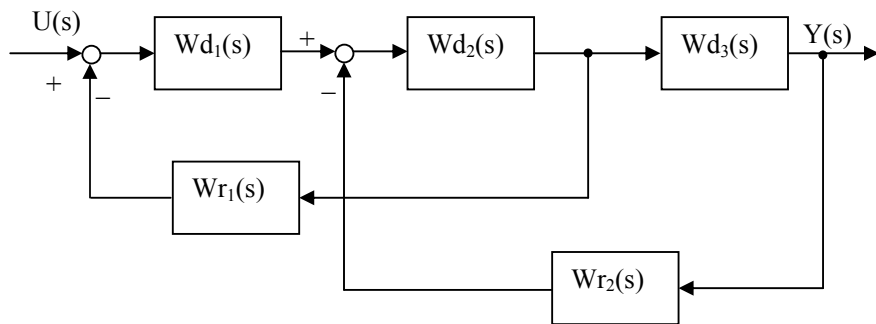
unde

$$W_c(s) = W_d(s) \cdot W_r(s)$$

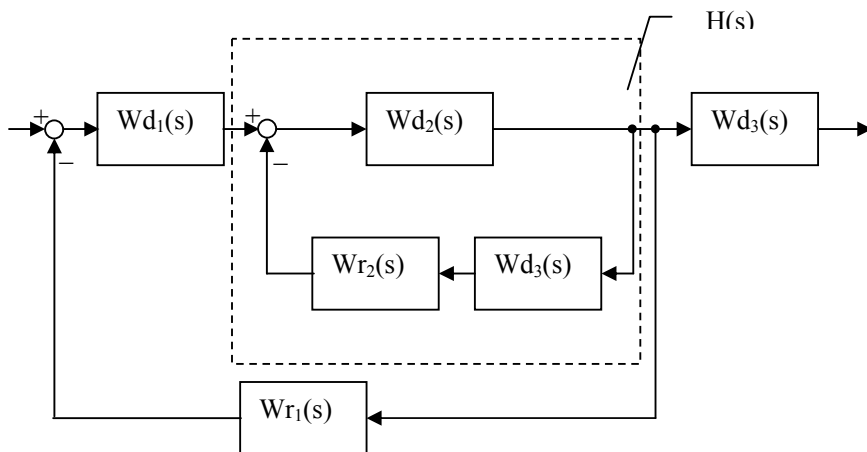
Observăm că funcția de transfer în buclă deschisă a noului sistem coincide cu că funcția de transfer a căii directe.

5. Simplificarea schemelor bloc cu legături încrucișate

Recurgem la exemplul de mai jos.



Mutăm ultimul nod de la ieșire la intrare folosind schema de la punctul 1:



$$W(s) = \frac{W_{d_2}(s)}{1 + W_{d_2}(s) \cdot W_{d_3}(s) \cdot W_{r_2}(s)}$$

Constatăm că avem un circuit închis conectat în serie cu cu W_{d_3} .

$$\begin{aligned} W_0(s) &= \frac{W_{d_1}(s) \cdot W(s)}{1 + W_{d_1}(s) \cdot W(s) \cdot W_{r_1}(s)} \cdot W_{d_3}(s) = \\ &= \frac{\frac{W_{d_1}(s) \cdot W_{d_2}(s)}{1 + W_{d_2}(s) \cdot W_{d_3}(s) \cdot W_{r_2}(s)}}{1 + \frac{W_{d_1}(s) \cdot W_{d_2}(s)}{1 + W_{d_2}(s) \cdot W_{d_3}(s) \cdot W_{r_2}(s)} \cdot W_{r_1}(s)}} \cdot W_{d_3}(s) \end{aligned}$$

Se obține:

$$\frac{W_{d_1}(s) \cdot W_{d_2}(s) \cdot W_{d_3}(s)}{1 + W_{d_1}(s) \cdot W_{d_2}(s) \cdot W_{r_1}(s) + W_{d_2}(s) \cdot W_{d_3}(s) \cdot W_{r_2}(s)}.$$

Cerinte

Studiul notiunilor teoretice prezentate in lucrare. Aplicarea notiunilor teoretice in exemple practice.

Calculul gruparilor elementelor dinamice se va face analitic si se va verifica utilizand instructiunile existente in mediul Matlab.